

## Das Oval – Schnittkräfte unter Innendruckbelastung

### 1. Allgemeines – Cassinische Kurven

- 1.1. Die Cassinischen Kurven sind allgemein als geometrischer Ort aller Punkte definiert, für die das Produkt der Abstände von zwei festen Punkten  $F_1$  und  $F_2$ , den Fixpunkten bei  $(c, 0)$  sowie  $(-c, 0)$ , konstant gleich  $a^2$  ist [7, Abb. 2.65 c)].
- 1.2. Das Oval ergibt sich als Sonderfall der Cassinischen Kurven (Kurven 4. Ordnung) für  $a < c$  [7]. Eigentlich treten zwei, spiegelsymmetrisch zur  $y$ -Achse auf (Abb. 1). Ausschließlich jenes in den ersten beiden Quadranten wird behandelt. Das Zweite auf der negativen Halbachse  $-x$  gelegene wird nicht weiter untersucht. Die Geometrie, wie die Ergebnisse für Biegemomentenverlauf und Winkellagen von Extrema wie Nullstellen sind analog in Größe und Vorzeichen, jedoch eben spiegelbildlich.
- 1.3. Das Oval folgt schließlich aus der Lemniskate ( $a=c$ ), hier für  $a=7 < c=8$  (Abb. 1).

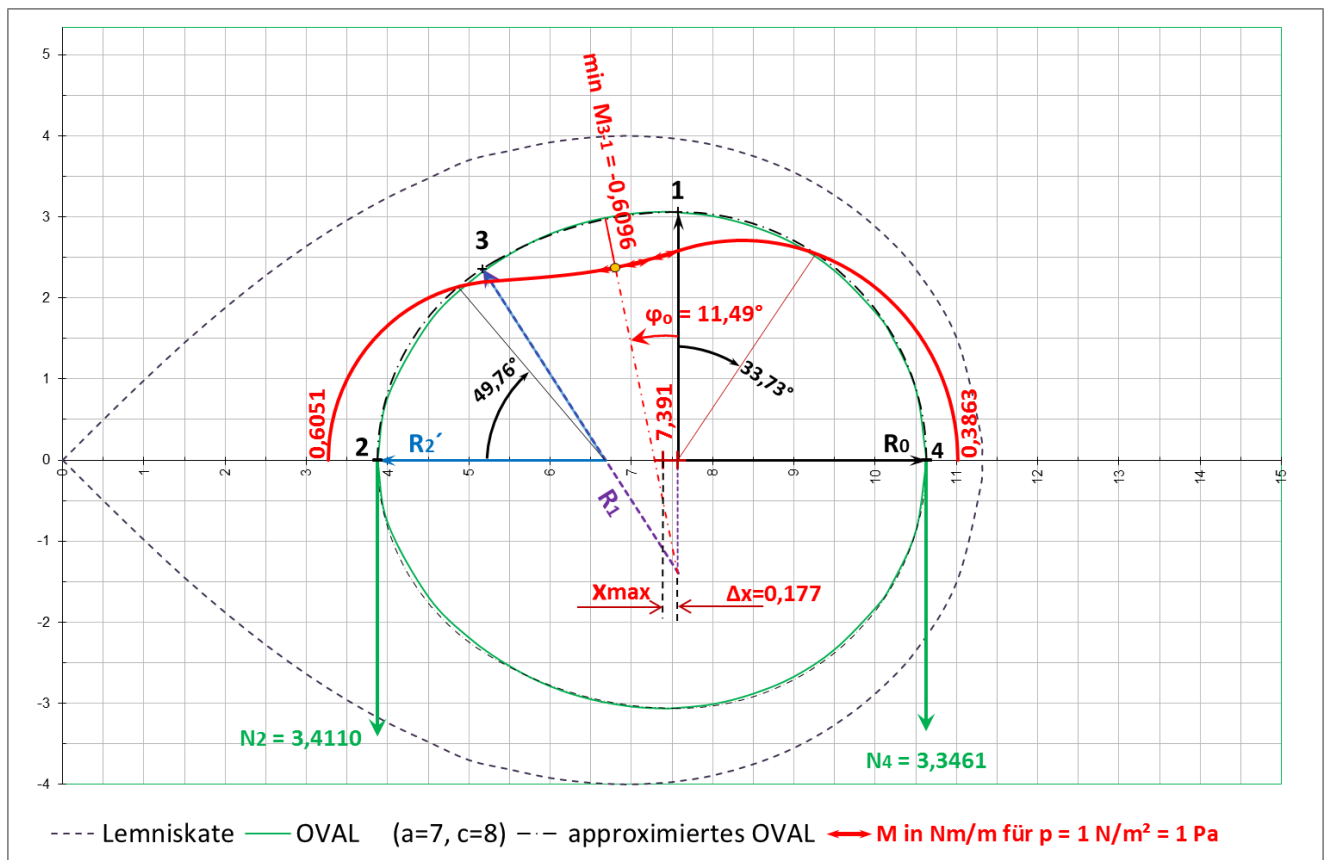


Abbildung 1: Querschnittsgeometrie für OVAL ( $c=8$ ,  $a=7$ ) und für die gewählte Approximation (Halbkreis und 'ellipsenförmiges' Oval), als Option rechts wie links anschließend an die Maxima (Scheitelpunkt 1) wie Minima der Cassinischen Kurve  $a < c$  [7]); hier Scheitelpunkt 1 um  $+\Delta x$  versetzt.

Biegemomente in Nm/m für Innendruck  $p = 1 \text{ N/m}^2 (= 1 \text{ Pa} = 10^{-6} \text{ MPa})$  am OVAL-Umfang sowie Normalkräfte in den Scheitelpunkten 2 und 4 für die gewählte Approximation.

## 2. Das Halb-Oval – Approximation (Abb. 2)

2.1 Das aus Kreisen approximierte Halb-Oval ersetzt die Cassinische Kurve 4. Ordnung, die das Oval in mathematischem Sinne definiert. Die Scheitelpunkte 2 und 4 des approximierten Halbovals liegen auch auf dem tatsächlichen Oval, im Schnitt mit der x-Achse, u. z. in  $x_2 = \sqrt{c^2 - a^2}$  sowie in  $x_4 = \sqrt{c^2 + a^2}$ .

Für Scheitelpunkt 1 des approximierten Halb-Oval ist die Ordinate mit  $+\frac{a^2}{2c}$  bestimmt, gleich wie für das Maximum der Cassinischen Kurve, und unterscheidet sich nur geringfügig in der Lage auf der x-Achse vom tatsächlichen Oval. Der Radius  $R_0$  auf der x-Achse in 4 wird als Viertelkreis abgeschlagen und mündet in Scheitelpunkt 1. Dessen Ordinate entspricht dem Radius  $R_0$  und es gilt hinsichtlich der Werte für das gewählte Beispiel

$$\frac{b_1}{2} = R_0 = \frac{a^2}{2c} = 3,0625 \quad (1).$$

Die Höhe  $a'$  des Halb-Oval auf der x-Achse ist durch die Differenz der Achsabschnitte der Scheitelpunkte 4 sowie 2 wie folgt gegeben

$$a' = x_4 - x_2 = 10,6301 - 3,8730 = 6,7571 \quad (2) \text{ und es gilt weiters}$$

$$\frac{b_2}{2} = a' - R_0 = 3,6946 \quad (3).$$

Dem Viertelkreis mit Radius  $R_0$  in 1 schließt sich die in [11] beschriebene völligere Ellipse an, approximiert durch den großen Scheitelkreis  $R_1$ , und dem angepassten kleinen  $R_2'$  von 3 nach 2, Bereich 1-3 in Abb. 2.

Der Scheitelpunkt 1 des approximierten Halb-Oval unterscheidet sich in seiner Lage auf der x-Achse nur geringfügig von jenem tatsächlichen mit  $x_{max}$  der Cassinischen Kurve ( $a < c$ ) für das Oval, der Kurve 4. Ordnung (Abb. 1), definiert durch Glg. (9)

$$x_{max} = c \left\{ 1 - \left( \frac{R_0}{c} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 7,39061 \quad (9); \text{ die y-Ordinate ist mit } \frac{a^2}{2c} \text{ ident.}$$

Top wie Boden definieren die Höhe des Ovals  $a'$  und sind durch die Scheitelpunkte 2 und 4 definiert. Der Radius ist definiert durch  $\frac{a^2}{2c}$  und ergibt vom Scheitelpunkt 4 auf der x-Achse abgetragen die x-Koordinate des neuen Scheitelpunktes 1, abgerückt um  $\Delta x$  vom tatsächlichen Maximum des Ovals, und es gilt für unser Beispiel mit  $\frac{R_0}{c} = \frac{3,0625}{8} = 0,3828$  folglich

$$\frac{\Delta x}{c} = \sqrt{2} \left\{ \frac{R_0}{c} + \frac{1}{2} \right\}^{\frac{1}{2}} - \left\{ 1 - \left( \frac{R_0}{c} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{R_0}{c} = 0,02213 \quad (4); \text{ mit } \Delta x = 0,02213 c = 0,1770.$$

Die Auswertung von Glg. (4) ist nachstehender Abb. 1a zu entnehmen. Die Ergebnisse für das gewählte Oval sind eingetragen.

Vergleichsweise könnte man freilich, wie in der Zusammenfassung im Schlusssatz erwähnt, den Scheitelpunkt des Ovals belassen und mit dem der Approximation (Scheitelpunkt 1) gleichsetzen und den Viertelkreis  $R_0$  anschließen. Dadurch würde der Scheitelpunkt 4 um  $-\Delta x$  nach innen rücken und die Höhe des approximierten Halbovals um  $-\Delta x = -0,1770$  vom tatsächlichen Oval abweichen.

Dann gilt:  $a' = (x_4 - x_2) - \Delta x = 6,7571 - 0,1770 = 6,5801$  (2a), anstelle von 6,7571 gem. Glg. (2).

Dies steht dem Ingenieur frei; wofür er sich entscheidet und hängt von der Ausführung, der Konstruktion ab, die favorisiert wird.

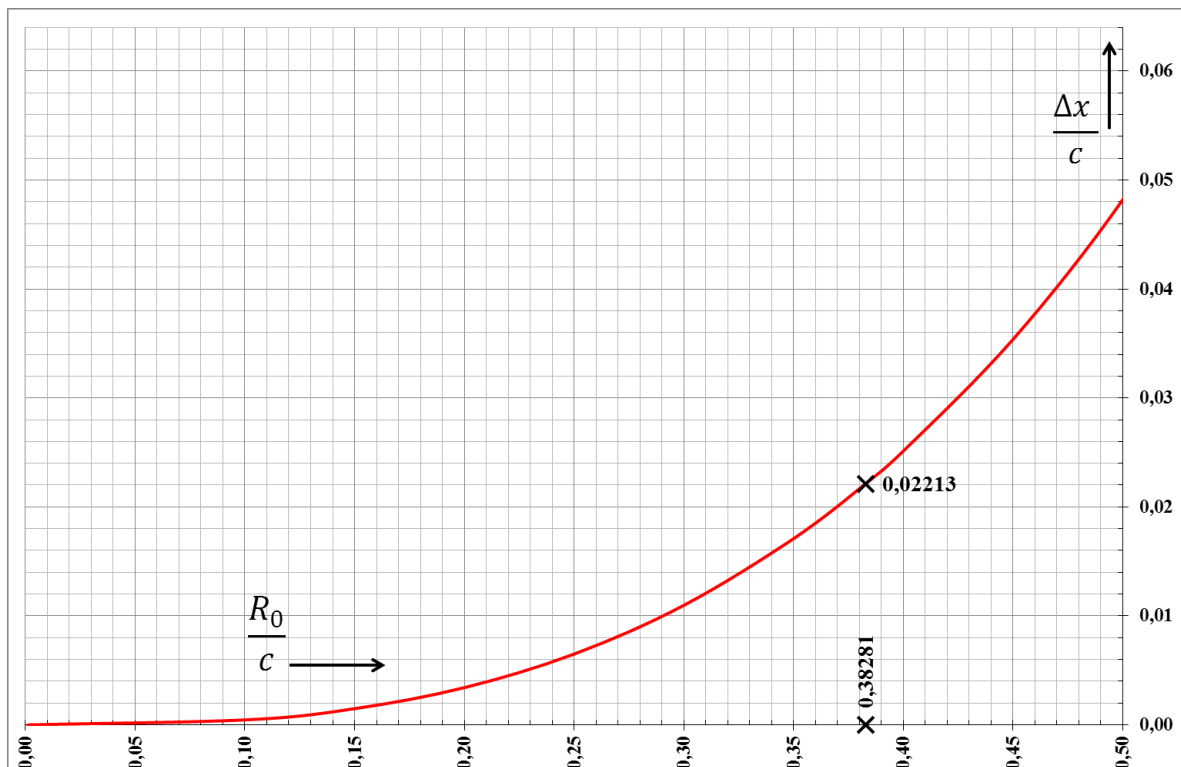


Abb. 1a: Auswertung bzw. grafische Aufbereitung der Glg. (4)

In unserem Beispiel wird die ursprüngliche Höhe des Ovals beibehalten; es gilt demnach für  $a'$  Glg. (2) und lediglich das ursprüngliche Oval-Maximum der Cassinischen Kurve 4. Ordnung  $a=7 < c=8$  wird, wie in Abbildung 1 dargestellt, um  $+\Delta x = 0,1770$  verschoben.

## OVAL – Querschnittshälfte

Lage von min M3-1

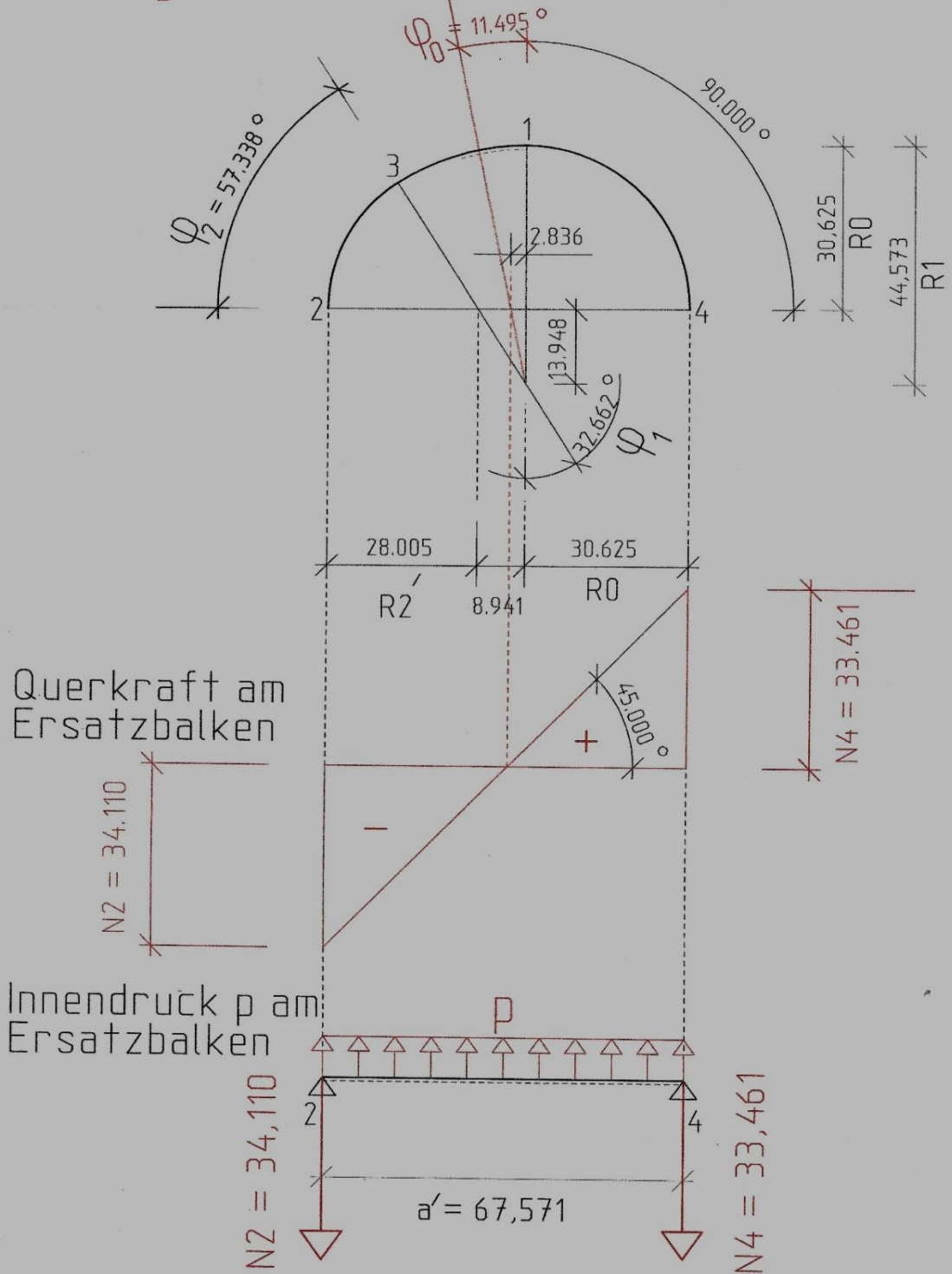


Abbildung 2: Ermittlung der Lage des extremalen Umfangsmomentes am Halb-OVAL mit detaillierter Querschnittsgeometrie (Approximation). Abmessungen zwecks Veranschaulichung in mm.

## 2.2 Vorgangsweise:

Ermittlung der Ergebnisse für die Glg. (1), (2) oder wahlweise (2a) sowie (3).

Diese Ergebniswerte dienen als Grundlage für die Bestimmung der Zentriwinkel

$$\varphi_2 = 2 \cdot \arctan \frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1}}{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} + 1} = 57,338^\circ \dots (5) \quad \text{und} \quad \varphi_1 = 90^\circ - \varphi_2 = 32,662^\circ \dots (6),$$

sowie anschließend für die Größe der Scheitelkreise  $R_1$  und  $R'_2$ , zu ermitteln aus

$$2 \cdot \frac{R_1}{b_2} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} \dots (7) \quad \text{und} \quad 2 \cdot \frac{R'_2}{b_2} = 1 - \left( \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} - \left(\frac{b_1}{b_2}\right) \right) \cdot \tan \varphi_1 \dots (8), \text{ n\u00e4mlich}$$

$$R_1 = 4,4573 \quad \text{und} \quad R'_2 = 2,8005.$$

Damit sind alle Daten (Abb. 2) f\u00fcr das Halb-Oval als Approximation des Ovals (Abb. 1) bekannt.

## 3. Ermittlung der Biegemomente

### 3.1.1 Biegemomente zufolge Lastfall Innendruck p am auskragenden Halb-Oval (eingespannt im Scheitelpunkt 4) als statisch bestimmtem Grundsystem: Momentenverlauf $\rightarrow M(0)$ in Abb. 3

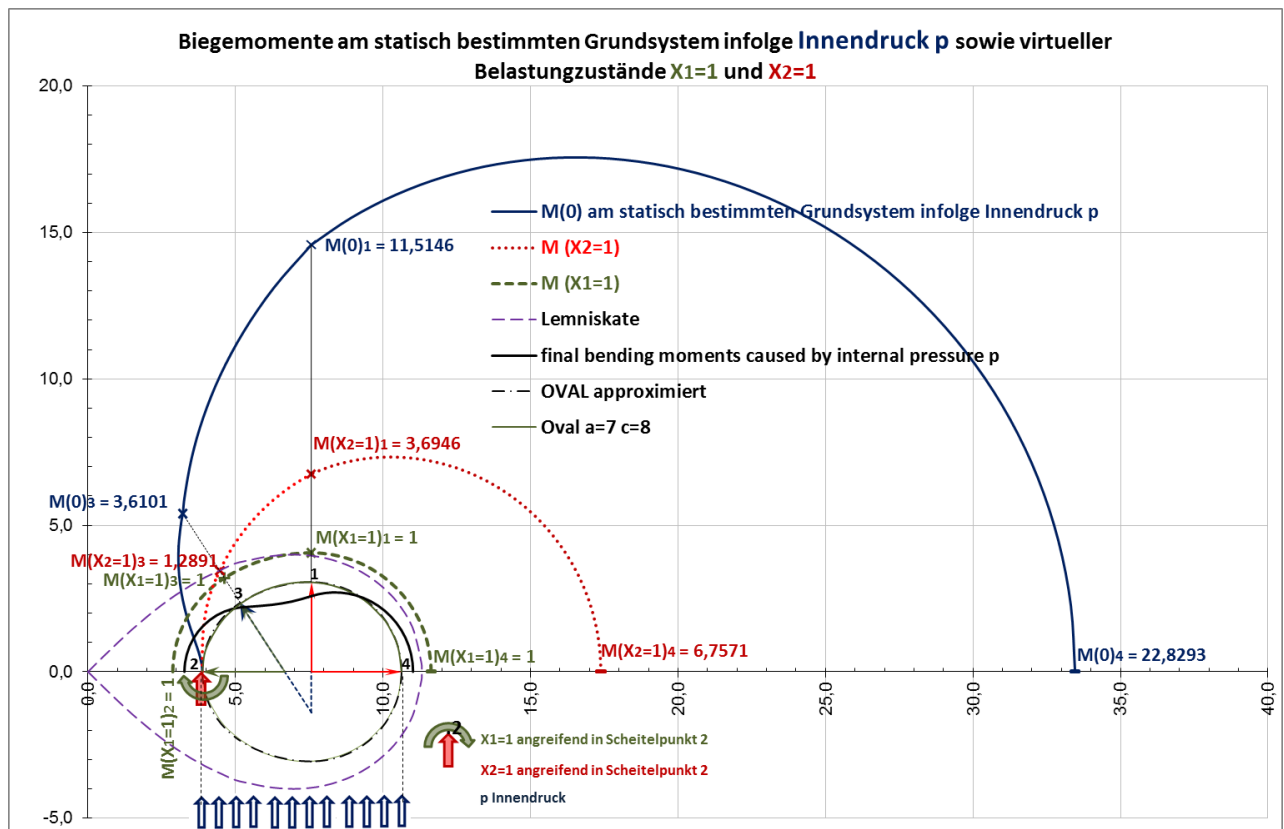


Abbildung 3: Biegemomente in Nm/m am statisch bestimmten Grundsystem, dem im Scheitelpunkt 4 eingespannten und in 2 freien Halb-OVAL, ausgewertet für Innendruck  $p = 10^{-6}$  MPa sowie maßstäblich mit den Abmessungen in m.

### 3.1.2 Virtuelle Lastfälle zufolge der statisch Unbestimmten $X_1$ und $X_2$

3.1.2.1 Biegemoment  $X_1=1$  in Scheitelpunkt 2 angreifend: Momentenverlauf  $\rightarrow M(X_1=1)$  in Abb. 3

3.1.2.2 Normal(druck)kraft  $X_2=1$  in Scheitelpunkt 2 angreifend: Momentenverlauf  $\rightarrow M(X_2=1)$  in Abb. 3

In Abb. 3 sind die in Tabelle 1 angegebenen Ermittlungsgleichungen für die Biegemomente am statisch bestimmten Grundsystem, einerseits für den Lastfall Innendruck  $p$  und weiters für die virtuellen Lastfälle auf Grund des Momentenangriffes  $M(X_1=1)$  sowie der Normal(druck)kraft  $X_2=1$  im Scheitelpunkt 2, mittels Microsoft Excel maßstäblich grafisch aufbereitet.

Weiters sind der Tabelle 1 die ausgewerteten Arbeitsintegrale zu entnehmen, die Basis zur Bestimmung der statisch Unbestimmten. Nachdem  $X_2$  als Druckkraft in Scheitelpunkt 2 angreift, damit die Kennfaser an der Halb-Oval-Innenseite gezogen wird, ergibt sich diese mit  $X_2=-3,411$  negativ; ist also eine Zugkraft. Dies entspricht der Innendruckbeaufschlagung. Infolge Biegebeanspruchung wird am Top des Halbovals, in Scheitelpunkt 2, die innenliegend gewählte Kennfaser ebenso gezogen. Das dortige Biegemoment ergibt sich mit  $X_1=+0,6051$  ebenso positiv. Die Lage der Kennfaser ist in Abb. 2 dünn strichliert angedeutet. Zudem sind Abb. 1 wie Tabelle 1 die Winkellagen der Nullstellen im Biegemomentenverlauf am Halo-Oval-Umfang zu entnehmen sowie die Lage und die Größe des extremalen Biegemomentes mit  $-0,6096$  zwischen den Scheitelpunkten 1 und 3. Am Boden des Halbovals, im Scheitelpunkt 4, ergibt sich das Biegemoment zu  $+0,3863$  und die zugehörige Normalkraft aus dem Umfangszug zu  $+3,3461$ .

Tabelle 1: Zusammenstellung der Ermittlungsgleichungen für die Biegemomente (Ausarbeitung für das vorgegebene Beispiel unter Innendruckbeaufschlagung  $p = 1 \text{ N/m}^2 (= 1 \text{ Pa} = 10^{-6} \text{ MPa})$ )

| Bereiche      | Biegemomente $M(0)_{i,j}$ am statisch bestimmten Grundsystem (= halber OVAL-Bogen eingespannt in Scheitelpunkt 4) infolge Innendruck $p$  |                    |   |  |  |                    |
|---------------|---|--------------------|---|--|--|--------------------|
| Bereich 2 - 3 | $M(0)_{2-3} = p(R'_2)^2 (1 - \cos \varphi_2); \varphi = \varphi_2 \rightarrow M(0)_3 = 3,6101 \dots (10)$   |                    |   |  |  |                    |
| Bereich 3 - 1 | $M(0)_{3-1} = M(0)_3 + pR_1 \{ (R_0 - R_1)(\sin \varphi - \sin \varphi_2) - (a' - R_0)(\cos \varphi - \cos \varphi_2) \}; \varphi = 90^\circ \rightarrow M(0)_1 = 11,5146 \dots (11)$ |                    |   |  |  |                    |
| Bereich 1 - 4 | $M(0)_{1-4} = M(0)_1 + pR_0(a' - R_0) \sin \varphi'; \varphi' = 90^\circ \rightarrow M(0)_4 = 22,8293 \dots (12)$   |                    |   |  |  |                    |
| Bereiche      | Biegemomente - Virtueller Belastungszustand $X_2 = 1$   |                    | Biegemomente - Virtueller Belastungszustand $X_1 = 1$                   |  |  |                    |
| Bereich 2 - 3 | $M(X_2 = 1)_{2-3} = R'_2 (1 - \cos \varphi_2) \dots (13)$   |                    | $M(X_1 = 1)_{2-3} = 1$ konstant und unabhängig von $\varphi \dots (16)$ |  |  |                    |
| Bereich 3 - 1 | $M(X_2 = 1)_{3-1} = \{ (a' - R_0) - R_1 \cos \varphi \} \dots (14)$   |                    | $M(X_1 = 1)_{3-1} = 1 \dots (17)$                                       |  |  |                    |
| Bereich 1 - 4 | $M(X_2 = 1)_{1-4} = \{ (a' - R_0) + R_0 \sin \varphi \} \dots (15)$   |                    | $M(X_1 = 1)_{1-4} = 1 \dots (18)$                                       |  |  |                    |
| Bereiche      | Arbeitswert $El_c \delta_{10}$  |                    | Arbeitswert $El_c \delta_{11}$  |  | Arbeitswert $El_c \delta_{12} = El_c \delta_{21}$  |                    |
| Bereich 2 - 3 | $p(R'_2)^3 (\varphi_2 - \sin \varphi_2) \dots (19)$   | Ergebnis<br>3,4893 | $R'_2 \varphi_2 \dots (25)$   | Ergebnis<br>2,8025   | $(R'_2)^2 (\varphi_2 - \sin \varphi_2) \dots (28)$   | Ergebnis<br>1,2459 |
| Bereich 3 - 1 | $pM(0)_3 R_1 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \dots (20)$   | 9,1732             | $R_1 \varphi_1 \dots (26)$  | 2,5410   | $R_1 \left\{ \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) (a' - R_0) - R_1 (1 - \sin \varphi_2) \right\} \dots (29)$ | 6,2461             |
|               | $p(R_1)^2 (R_0 - R_1) \left\{ \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \right\} \dots (21)$   | -1,6563            |   |  |  |                    |
|               | $-p(R_1)^2 (a' - R_0) \left\{ (1 - \sin \varphi_2) - \cos \varphi_2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \right\} \dots (22)$   | 10,9754            |   |  |  |                    |
| Bereich 1 - 4 | $pM(0)_1 R_0 \frac{\pi}{2} \dots (23)$  | 55,3916            | $R_0 \frac{\pi}{2} \dots (27)$  | 4,8106   | $R_0 \left\{ (a' - R_0) \frac{\pi}{2} + R_0 \right\} \dots (30)$   | 27,1520            |
|               | $p(R_0)^2 (a' - R_0) \dots (24)$  | 34,6513            |   |  |  |                    |
|               |   | <b>112,0245</b>    |   | <b>10,1541</b>   |  | <b>34,6440</b>     |
| Bereiche      | Arbeitswert $El_c \delta_{20}$  |                    | Arbeitswert $El_c \delta_{22}$  |  |  |                    |
| Bereich 2 - 3 | $(R'_2)^4 \left\{ \frac{3}{2} \varphi_2 - 2 \sin \varphi_2 + \frac{1}{4} \sin(2\varphi_2) \right\} \dots (31)$  |                    | Ergebnis<br>2,7395  | $(R'_2)^3 \left\{ \frac{3}{2} \varphi_2 - 2 \sin \varphi_2 + \frac{1}{4} \sin(2\varphi_2) \right\} \dots (42)$ | Ergebnis<br>0,9782   |                    |
| Bereich 3 - 1 | $(a' - R_0) M(0)_3 R_1 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \dots (32)$   |                    | 33,8914   | $(a' - R_0)^2 R_1 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \dots (43)$   | 34,6843  |                    |
|               | $(R_1)^2 (a' - R_0) (R_0 - R_1) \left\{ \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \right\} \dots (33)$   |                    | -6,1193   | $-(a' - R_0) (R_1)^2 (1 - \sin \varphi_2) \dots (44)$  | -11,6075   |                    |
|               | $-(a' - R_0)^2 R_1^2 \left\{ (1 - \sin \varphi_2) - \cos \varphi_2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \right\} \dots (34)$  |                    | 40,5498   | $-(a' - R_0) (R_1)^2 (1 - \sin \varphi_2) \dots (45)$  | -11,6075   |                    |
|               | $-(R_1)^2 M(0)_3 (1 - \sin \varphi_2) \dots (35)$   |                    | -11,3422  | $(R_1)^3 \left\{ \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \varphi_2 - \frac{1}{4} \sin(2\varphi_2) \right\} \dots (46)$     | 5,1239   |                    |
|               | $-(R_1)^3 (R_0 - R_1) \left\{ -\frac{1}{4} (-1 - \cos(2\varphi_2)) - \sin \varphi_2 (1 - \sin \varphi_2) \right\} \dots (36)$   |                    | 1,5444  |  |  |                    |
| Bereich 1 - 4 | $(R_1)^3 (a' - R_0) \left\{ \frac{\pi}{4} - \left( \frac{1}{2} \varphi_2 + \frac{1}{4} \sin(2\varphi_2) \right) - \cos \varphi_2 (1 - \sin \varphi_2) \right\} \dots (37)$            |                    | -8,9917   |  |  |                    |
|               | $M(0)_1 (a' - R_0) R_0 \frac{\pi}{2} \dots (38)$  |                    | 20 4,6497   | $R_0 (a' - R_0)^2 \frac{\pi}{2} \dots (47)$  | 65,6645  |                    |
|               | $M(0)_1 (R_0)^2 \dots (39)$   |                    | 107,9941  | $2(R_0)^2 (a' - R_0) \dots (48)$   | 69,3026  |                    |
|               | $(R_0)^2 (a' - R_0)^2 \dots (40)$   |                    | 128,0227  | $(R_0)^3 \frac{\pi}{4} \dots (49)$   | 22,5589  |                    |
|               |   | 83,3462            |   |  |  |                    |
|               |   | <b>576,2845</b>    |   | <b>175,0974</b>  |  |                    |

|  |
|--|
| <p>Ermittlung der statisch Unbestimmten am OVAL:<br/>         Biegemoment (<math>X_1 = M_2</math> in Scheitelpunkt 2) sowie zugehörige Normalkraft (<math>X_2 = N_2</math> in Scheitelpunkt 2)</p>         |
| $X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{21} = -\delta_{10}   -\delta_{12} \dots (50)$<br>$X_1 \delta_{12} + X_2 \delta_{22} = -\delta_{20}   \delta_{11} \dots (51)$  |
| $0 + X_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) = \delta_{10} \delta_{12} - \delta_{20} \delta_{11} \dots (52)$   |
| $X_2 = \frac{\delta_{10} \delta_{12} - \delta_{20} \delta_{11}}{(\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \dots (53); X_1 = -\left( \frac{X_2 \delta_{21} + \delta_{10}}{\delta_{11}} \right) \dots (54)$ |
| $X_2 = -3,4110 \dots (55); X_1 = 0,6051 \dots (56)$  |

|   |   |
|---|---|
| Umfangsbiegemomente allgemein:  |   |
| $M_\varphi = M_{\varphi(0)} + X_1 M_{\varphi(X_1=1)} + X_2 M_{\varphi(X_2=1)} \dots (57)$ |   |
| Bereiche  | Ermittlung der Nullstellen für die Umfangsbiegemomente am OVAL: |

|             |  |
|-------------|--|
| Bereich 2-3 | $\varphi_{2-3} = \arccos \left\{ 1 + \frac{X_1}{R'_2(pR'_2 + X_2)} \right\}; \varphi_{2-3} = 49,76^\circ \dots (58)$                             |
| Bereich 1-4 | $\varphi_{1-4} = \arcsin \left\{ -\frac{M(0)_1 + X_1 + X_2(a' - R_0)}{pR_0(a' - R_0) + R_0X_2} \right\}; \varphi_{1-4} = 33,73^\circ \dots (59)$ |
| Bereich     | Ermittlung der Lage des extremalen Biegemomentes am OVAL-Umfang zwischen den Scheitelpunkten 2 und 4 (Nullstelle Querkraft):                     |
| Bereich 1-3 | $\varphi_0 = \arctan \left\{ \frac{\frac{N_4}{p} - R_0}{R_1 - R_0} \right\}; \varphi_0 = 11,495^\circ \dots (60)$                                |

#### 4. Interpretation der Ergebnisse

Die stimmige kreisförmige Approximation mit Ausrundungsradius  $R_0$  im Scheitelabschnitt 1 – 4 des Halb-Oval führt entsprechend den Ergebnissen für die finalen Biegemomente zufolge Innendruck  $p$  in Abb. 1 zu einer smarteren Verteilung als es die doppelt-symmetrischen Querschnittsformen erwarten lassen. Das Halb-Oval liefert demnach bei gleichem Achsverhältnis  $\frac{b_1}{b_2}$  günstigere Calculation coefficients  $B_n$  für die Biegemomente denn die durch eine völlige Ellipse mit den Scheitelkrümmungskreisen  $R'_2, R_1$  angenäherte ovale Querschnittsform. Für den doppelt-symmetrischen Querschnitt mit vergleichsweise gleichem  $\frac{b_1}{2} = R_0 = \frac{a^2}{2c} = 3,0625$  gem. (1) und identem  $\frac{b_2}{2} = a' - R_0 = 3,6946$  gem. (3) und dem Achsverhältnis  $\frac{b_1}{b_2} = 0,8289$  ergibt sich betraglich für  $B_1$  wie für  $B_2$  mit 0,80 derselbe Wert.  $B_3$  ist mit 0,006 nicht maßgeblich, grafisch extrapoliert aus [11, Abb. 6], dem Nomogramm für die Calculation coefficients  $B_{1,2,3}$  für die hier völlige Ellipse mit  $R'_2, R_1$ . Die zugehörige Tabelle 3a in [11] liefert rechnerisch mittels Interpolation mit  $B_2 = -0,0781, B_3 = 0,0060$  und  $B_1 = 0,0781$  vergleichsweise dieselben Werte. Freilich können diese Ergebnisse noch mit den exakten Formeln für die Berechnungsbeiwerte  $B_{1,2,3}$  gemäß Gln. (11), (12) sowie (13) in [11] überprüft werden. Aus diesen ergeben sich dann die Calculation coefficients exakt zu  $B_{1,2,3} = \{0,07833; -0,07813; 0,00631\}$ . Bitte hierbei die Lage der Kennfaser zu beachten. In [11] wird diese außenliegend angenommen. Im Gegensatz dazu liefert das Halb-Oval, hier die Kennfaser innenliegend gewählt, vergleichsweise auf Basis der Beziehung  $M_n = B_n p \left(\frac{b_2}{2}\right)^2$  mit  $\bar{B}_2 = \frac{0,6051}{(3,6946)^2} = 0,0443, \bar{B}_{1-3} = \frac{-0,6096}{(3,6946)^2} = -0,0447$  und  $\bar{B}_4 = \frac{0,3863}{(3,6946)^2} = 0,0283$  demnach günstigere Werte. Freilich ist weiters noch zu berücksichtigen, das Halb-Oval weist ein um ~9% kürzeres Achsmaß auf. Dem Halbkreis  $R_0 = 3,0625$  wird das näherungsweise ellipsenförmige Oval [11, Abb. 3] mit  $\frac{b_2}{2} = 3,6946$  aufgesetzt.

Bei gleichem Achsmaß, also mit  $a' = 6,7571 = b_2$  und  $b_1 = 2 \cdot R_0 = 3,0625 \cdot 2 = 6,125$ , folgen dann für den doppelt-symmetrischen Querschnitt mit  $\frac{b_1}{b_2} = 0,90645$  und der Rundung  $\frac{b_1}{b_2} \approx 0,90$ , auf der sicheren Seite liegend, aus Tabelle 3a in [11] die Calculation coefficients mit  $B_{1,2,3} = \{0,04854; -0,04646; 0,00732\}$ . Unter Nutzung der Gln. (11), (12) sowie (13) in [11] ergeben sich



für  $\frac{b_1}{b_2} = 0,90645$  die 'exakten' Berechnungswerte zu  $B_{1,2,3} = \{0,04564 ; -0,04353 ; 0,00716\}$  und diese sind mit den o. a., gelb hinterlegten des Halb-Oval nahezu ident.

Das Halb-Oval ist in statischer Hinsicht demnach durch seine geringere Abweichung vom kreiszylindrischen Querschnitt auf Grund der höheren Querschnittsfläche bei gleichem Innendruck günstiger; aber auch aus hydraulischer Sicht, auf Grund des völligeren Querschnittes mit einem höheren Fassungsvermögen in Litern gemessen, und einer größeren Durchflussmenge, gemessen bspw. in Liter / Sekunde, des Fluides. Prinzipiell hat sich zwar für dieses Beispiel ergeben, dass bei gleichen Achsmaßen der doppelt-symmetrische Querschnitt (ellipsenförmiges Oval) näherungsweise zum selben Bemessungsergebnis führt. Dem Oval ist jedoch konstruktiv wie hydraulisch aus o. a. Gründen für den Sonderfall des vorgeschalteten Krümmers der Vorzug zu geben.

## Literaturnachweis

- [1] S. Schwaigerer, G. Mühlenbeck: Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau. Fünfte überarbeitete Auflage, Springer-Verlag 1997
- [2] EN 12516-2: Edition 2014-12-01 Industrial valves –Shell design strength –Part 2: Calculation method for steel valve shells
- [3] EN 12266-1:2012, Industriearmaturen –Prüfung von Armaturen –Teil 1: Druckprüfungen, Prüfverfahren und Annahmekriterien -Verbindliche Anforderungen
- [4] EN 12266-2:2012, Industriearmaturen –Prüfung von Armaturen –Teil 2: Prüfungen, Prüfverfahren und Annahmekriterien –Ergänzende Anforderungen
- [5] Sommer, Baldur unter Mitarbeit von: Walter von Baeckmann ... : **Stahlrohr-Handbuch**, 12. Aufl.– Essen: Vulkan –Verl., 1995.
- [6] G. Gaeller, G. Kauer, G. Osterloh: Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau, 5. Auflage, Springer, 1997.
- [7] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol , H. Mühlig: Taschenbuch der Mathematik (S. 101, Kurven vierter Ordnung) Verlag Europa-Lehrmittel – Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
- [8] Konrad Sattler: Lehrbuch der Statik – Theorie und ihre Anwendung,  
Erster Band – Grundlagen und fundamentale Berechnungsverfahren  
Springer –Verlag Berlin Heidelberg New York 1969
- [9] Kurt Danzl: Schnittkraftermittlung zur Bemessung von Versteifungsringträgern an Übergangsstücken von Druckrohrleitungen (Stress resultants in stiffener rings for transition structures of steel conduits), ÖIAZ, 152. Jg., Heft 10-12/2007 und 153. Jg. Heft 1–3/2008 S.113-126 ISSN: 0721 – 9415
- [10] Bmstr. Thomas Krapfenbauer: BAUTABELLEN, 2018 Verlag Jugend&Volk GmbH, Wien in Westermann Österreich
- [11] **Spezialfragen der Statik und Druckberechnung**  
Vergleichsweise Schnittkraftermittlung an drucktragenden stählernen Armaturen zu ÖN EN 12516-2



**Autor:**

Dipl.-Ing. Dr. techn. Kurt Danzl, EUR.-ING.  
Member ON K 007