

Rechenmodelle für geklebte Holz-Beton-Verbundkonstruktionen

Autoren: G. Erlinger, C. Hackspiel, K. Nachbagauer

Zusammenfassung

Bei einer Holz-Beton-Verbunddecke (HBV-Decke) übernimmt der Beton die Druck- und das Holz die Zugkräfte. Das Verbindungsmittel (VBM), heutzutage häufig Schrauben oder Kerfen, überträgt die Schubkräfte zwischen den beiden Baustoffen. Dieser Aufsatz befasst sich mit der Erstellung von zwei 1D-Rechenmodellen für **geklebte** HBV-Konstruktionen. Das GZT-Modell dient der Ermittlung der maximalen Traglast und das GZG-Modell berechnet die Durchbiegung über die Zeit, in Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur und der relativen Luftfeuchtigkeit. Grundlage für beide Modelle ist das γ -Verfahren.

Während das Materialverhalten des Betons der ÖNORM EN 1992-1-1 entnommen wurde, wurde für das Holz ein rheologisches Modell aus der Literatur verwendet. Da die Holzfeuchte einen hohen Einfluss auf die Verformung des Bauteils hat, wird diese nach dem Fick'schen Gesetz mit dem impliziten Differenzenverfahren berechnet. Für den Klebstoff wurden Versuche durchgeführt, um den Schubmodul, den E-Modul und die Querdehnzahl zu bestimmen.

Zur Validierung des GZT-Modells wurden 4-Punkt-Biegeversuche durchgeführt. Die Nachrechnung hat gezeigt, dass zwar die Traglast überschätzt wird, jedoch die Systemsteifigkeit relativ gut abgebildet werden kann.



Bei der Validierung des GZG-Modells wurden drei Probekörper über die Dauer von ca. einem Jahr belastet. Der Vergleich mit dem Rechenmodell zeigt, dass das Verformungsverhalten gut abgebildet werden kann.

Calculation model for adhesive-bonded cross-laminated timber concrete composite elements

Abstract

In a timber-concrete composite the concrete takes over the compression and the timber the tensile forces. The connection between the two materials which is often done by means of screws or notches, is transmitting the shear forces. This paper presents two calculation models for **adhesive**-bonded cross-laminated timber concrete composite elements. The first model accounts for the calculation of the ultimate limit state and the second one for the serviceability limit state. The basis of these two models is the γ -method. Climatic changes in temperature and the relative humidity of the environment are considered in the analysis of the long-term-behaviour. The material parameters for concrete were taken from ÖNORM EN 1992-1-1. For the adhesive, tests were carried out to determine the exact shear modulus. The time depended behaviour of timber was described using a rheological model. Since the material behaviour of timber is highly influenced by the moisture content, therefore, the moisture content was determined with the implicit difference method using Fick's law.

To validate the ULS Model, composite elements were loaded until failure. The recalculation showed, that although the load is overestimated, the system rigidity can be predicted relatively well.

For the validation of the SLS Model, three composite slabs were loaded over a period of one year. The comparison with the calculation model shows, that the deformation behaviour can suitably be predicted as well.

1 Einleitung - Introduction

Die Verklebungstechnologie hat in vielen Bereichen des täglichen Lebens bereits seit vielen Jahrzehnten erfolgreich Einzug gehalten. Aus statischer und ökonomischer Sicht macht es daher durchaus Sinn, geklebte HBV-Systeme zu produzieren. Im Rahmen dieses Aufsatzes werden zwei Rechenmodelle für solche Elemente präsentiert. Dadurch soll ein Beitrag zur Entwicklung von geklebten Holz-Beton-Verbundsystemen geleistet werden.

Schlagwörter: Forschung und Entwicklung, Berechnung, Holz-Beton-Verbundbau



2 Berechnungsansätze – Calculation Approaches

Im Folgenden werden die verwendeten Berechnungsansätze, Werkstoffmodelle und Verfahren erläutert, welche später in die Rechenmodelle eingebunden wurden.

2.1 Gamma-Verfahren – Gamma-Method

Dieses Verfahren bildet die Basis für die Modelle und wurde zur Berechnung von Holzträgern aus Einzelquerschnitten mit elastischem Verbund von Möhler [1] entwickelt. Es kann analog für die Berechnung von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen verwendet werden. Die Voraussetzungen für die Anwendung des γ -Verfahren sind: [2]

- gelenkiger Einfeldträger
- konstante Einzelquerschnitte
- kontinuierliche Verteilung der Verbindungsmittel
- sinusförmige Beanspruchung

Da die sinusförmige Belastung in Summe ähnlich ist wie die Gleichlast bei einem Träger, kann das Verfahren mit ausreichender Genauigkeit auch für Gleichlasten verwendet werden. Die nachstehenden Formeln sind für die Berechnung eines aus fünf Teilen bestehenden Holz-Beton-Verbundquerschnitts mit zwei steifen Längs-, einer weichen Querlage, einer Klebstoffschicht sowie einer Betonplatte hergeleitet. Die γ -Werte beschreiben eine nachgiebige Kopplung an die zweite Lage (siehe **Bild 1**). Der Wert γ_1 wird mit Gleichung (1) berechnet und bezieht sich auf den Betonquerschnitt. Da die Mitte gedanklich festgehalten wird, hat γ_2 den Wert 1,0. Ein Wert von $\gamma = 1,0$ bedeutet hierbei starrer Verbund, wohingegen ein Wert von $\gamma = 0$ kein Verbund bedeutet. Dadurch kann sowohl die Nachgiebigkeit der Verbundfuge als auch jene der Querlage im Brettsperrholz abgebildet werden. Der Wert γ_3 berechnet sich mit Gleichung (2) zu:

$$\gamma_1 = \left(1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1}{l_{ref}^2} \cdot \frac{d_{1,2}}{b G_{R,12}} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \left(1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3}{l_{ref}^2} \cdot \frac{d_{2,3}}{b G_{R,23}} \right)^{-1} \quad (2)$$

Darin bezeichnet E_1 den Elastizitätsmodul des Betons und A_1 die zugehörige Betonquerschnittsfläche. Die Fläche berechnet sich aus der Multiplikation der Höhe d_1 mit der Breite des Verbundquerschnitts b , welche für alle Schichten ident ist. E_3 und A_3 beziehen sich auf die Längslage 3 des BSP-Querschnitts. Die Referenzlänge l_{ref} entspricht beim Einfeldträger der Stützweite. Die Klebstoffschichtdicke wird mit $d_{1,2}$ bezeichnet und der zugehörige Schubmodul mit $G_{R,12}$.

In Bild 1 ist die Definition der Abstände am Verbundelement eingezeichnet. Die Lage 2 ist die erste Schicht der BSP-Platte und die Lage 3 ist die unterste Schicht. Schicht 2,3 stellt die schubweiche Querlage des BSP dar.



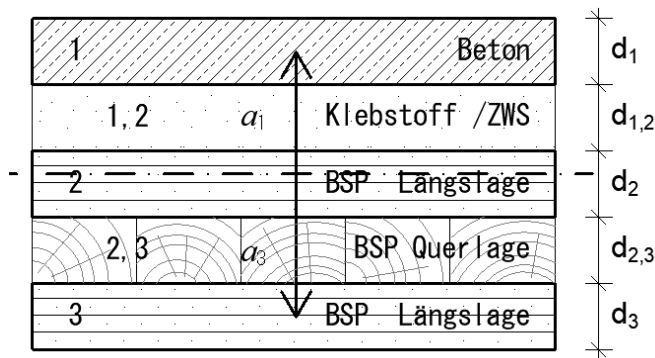


Bild 1. Aufbau und Definition der einzelnen Schichten für ein geklebtes Holz-Beton-Verbundelement gemäß Gamma-Verfahren

Fig. 1. Assembly and definitions of the layers of a bonded timber-concrete element according to the Gamma-method.

Die Abstände a_i berechnen sich mit den Gleichungen (3), (4) und (5) zu: [3]

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \frac{E_1}{E_c} A_1 \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2} \right) - \gamma_3 \frac{E_3}{E_c} A_3 \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2} \right)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i \frac{E_i}{E_c} A_i} \quad (3)$$

$$a_1 = \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2} \right) - a_2 \quad (4)$$

$$a_3 = \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2} \right) + a_2 \quad (5)$$

Darin bezeichnet E_c den Referenzmodul, welcher beliebig gewählt werden kann. Sinnvoll ist es, den Referenzmodul mit dem E-Modul des BSP gleichzusetzen, da der Faktor E_i/E_c bei dem BSP damit zu eins wird. Das Trägheitsmoment berechnet sich grundsätzlich wie für einen homogenen Querschnitt, jedoch werden die Schichten mit den Steifigkeitsverhältnissen gewichtet und der Steineranteil wird zusätzlich mit dem Gamma-Faktor gedanklich reduziert.

$$J_{eff} = \sum_{i=1}^3 \frac{E_i}{E_c} J_i + \sum_{i=1}^3 \gamma_i \frac{E_i}{E_c} A_i a_i^2 \quad (6)$$

2.2 Feuchteverteilung im Holz – Moisture distribution in timber

Um die Feuchte u im Holz zu berechnen, wurde das Fick'sche-Gesetz für eine instationäre eindimensionale Diffusion in x -Richtung herangezogen [4]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (7)$$

Die vorangegangene Gleichung (7) kann aus dem Massenfluss q aus [4] hergeleitet werden:

$$q = -D \cdot \nabla c \quad (8)$$

Dabei ist c die Konzentration des Wassers, welche proportional zum Feuchtigkeitsgehalt u angenommen werden kann, und \mathbf{D} der Durchlässigkeitstensor. Dieser Tensor hat nur in der Diagonale Einträge, nämlich die Durchlässigkeitskoeffizienten zwischen den einzelnen Schichten. Für die Berechnung des Durchlässigkeitskoeffizient $D(u)$ gibt es mehrere Ansätze. Der Ansatz nach Hanhijärvi [4] für Fichtenholz ist nur von der Holzfeuchte u abhängig und berechnet sich zu:

$$D(u) = 8,0 \cdot 10^{-11} \cdot e^{4,0 u} \quad [m^2/s] \quad (9)$$

Da der Durchlässigkeitskoeffizient $D(u)$ von der Holzfeuchte u abhängig ist, hat dies den Effekt zur Folge, dass bei einer höheren Holzfeuchte auch die Durchlässigkeit des Holzes steigt. Dies bewirkt einen schnelleren Transport der Feuchte durch das Holz. Umgekehrt ist bei einer geringeren Holzfeuchte die Durchlässigkeit und somit auch die Feuchte-Transportgeschwindigkeit geringer. Der Durchlässigkeitskoeffizient $D(u)$ hängt außerdem von der Holzart und der Luftzirkulation in der Testumgebung ab. Dieser kann daher angepasst werden, um genauere Ergebnisse bei bekanntem TestszENARIO zu erzielen. Die Berechnung der Feuchtigkeit in den Schichten wäre prinzipiell nichtlinear, da sich der Durchlässigkeitskoeffizient in jeder Schicht ändert. Die Holzfeuchte ändert sich jedoch nur in kleinen Schritten und $D(u)$ ist eine sehr kleine Zahl. Deshalb kann der Durchlässigkeitskoeffizient bei einem vernachlässigbar kleinen Fehler als konstant angenommen werden.

Die Gleichung (7) kann mit Hilfe des impliziten Differenzenverfahren nach $u = u(x, t)$ gelöst werden. Dabei wird die Feuchte $u(x_i, t_m)$ in jeder Holzschicht x_i zu jedem Zeitpunkt t_m bestimmt. Die Gleichung (7) wird mit Hilfe von Differenzenquotienten folgendermaßen angenähert:

$$\begin{aligned} & \frac{u(x_i, t_{m+1}) - u(x_i, t_m)}{t_{m+1} - t_m} \\ &= D(u(x_{i-1,i}, t_{m+1})) \frac{u(x_{i-1}, t_{m+1}) - u(x_i, t_{m+1})}{(x_{i-1} - x_i)^2} \\ & - D(u(x_{i,i+1}, t_{m+1})) \frac{u(x_i, t_{m+1}) - u(x_{i+1}, t_{m+1})}{(x_i - x_{i+1})^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Der Diffusionskoeffizient von Schicht x_i auf Schicht x_{i+1} zur Zeit t_{m+1} wird nachfolgend abgekürzt durch $D(u(x_{i,i+1}, t_{m+1})) =: d_{i,m+1}$. Bei äquidistanter Zeit- und Schichtdiskretisierung kann eine vereinfachte Schreibweise von $t_{m+1} - t_m = \Delta t$ und $x_i - x_{i+1} = \Delta x$ und $d_{i,m+1} = \frac{D_{i,m+1} \Delta t}{(\Delta x)^2}$ verwendet werden, um Gleichung (10) darzustellen als:

$$u_{i,m+1} - u_{i,m} = d_{i-1,m+1}(u_{i-1,m+1} - u_{i,m+1}) - d_{i,m+1}(u_{i,m+1} - u_{i+1,m+1}) \quad (11)$$

Wenn man Gleichung (11) so umsortiert, dass alle Größen zur Zeit t_{m+1} auf der gleichen Seite der Gleichung stehen, ergibt sich:

$$u_{i,m+1} - d_{i-1,m+1}u_{i-1,m+1} + d_{i-1,m+1}u_{i,m+1} + d_{i,m+1}u_{i,m+1} - d_{i,m+1}u_{i+1,m+1} = u_{i,m} \quad (12)$$

Da diese Gleichung für jede Schicht x_i für $i = 1, 2, \dots, n-1$ gelten muss, ergibt sich somit ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten $u_{i,m+1}$ für $i = 1, 2, \dots, n-1$ zum Zeitpunkt t_{m+1} . Für die effiziente



Lösung des linearen Gleichungssystems ist darauf zu achten, dass die richtige Sortierung der Schichten eine Tridiagonalmatrix hervorbringt und dünn besetzt ist. Außerdem sind folgende Bedingungen für die rechte Seite des linearen Gleichungssystems zu berücksichtigen:

Die Feuchtigkeit der Schicht n ist aufgrund von Symmetriebedingungen gleich der Feuchte in der Schicht n-2. Am Bretttrand ist die Holzfeuchte gleich der Ausgleichsfeuchte u_{RH} , welche von der Umgebung abhängig ist.

In **Bild 2** wird zur Veranschaulichung die Hälfte eines Brettquerschnitts dargestellt. Details dazu sind in der Arbeit von Fortuin [5] im Kapitel 4.1 *Feuchte- und Temperaturverteilung im Holz* beschrieben.

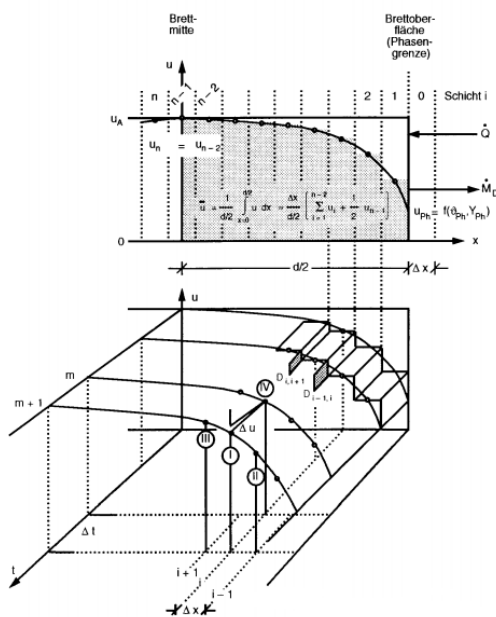


Bild 2. Feuchteverteilung im Brettquerschnitt mit dem impliziten Differenzenverfahren [5]

Fig 2. Moisture distribution in the wood cross-section with the implicit difference method [5]

Die Anfangsbedingung für die Berechnung ist die Feuchte zum Zeitpunkt $t = 0$ an der Stelle $x = \text{konst.}$, $u(0; x) = \text{konst.}$ Zum Zeitpunkt $t = m$ ist die Holzfeuchte am Phasenübergang u_{ph} , also am Rand des Holzes, gleich der Ausgleichsfeuchte u_{RH} . Die Ausgleichsfeuchte u_{RH} berechnet sich aus der rel. Luftfeuchte RH und der absoluten Temperatur T der Umgebung in Kelvin mit der Gleichung (13) zu:

$$u_{RH} = 0,01 \left(\frac{-T \cdot \ln(1 - h)}{0,13 \cdot \left(1 - \frac{T}{647,1}\right)^{-6,46}} \right)^{\frac{1}{110 \cdot T^{-0,75}}} \quad (13)$$

Der Term h ist der relative Porendruck der Luft und entspricht $h = 0,01 \cdot RH$.

2.3 Werkstoffmodell für BSP – Material-model for CLT

In dieser Arbeit wurde für die Modellierung des Brettsperrholzes das Modell von Eisenhut [6] verwendet. Dieses entspricht dem Werkstoffmodell nach Fortino [7] welches um den Anteil der Temperaturdehnung α_T erweitert wurde. In **Bild 3** ist das Modell dargestellt.



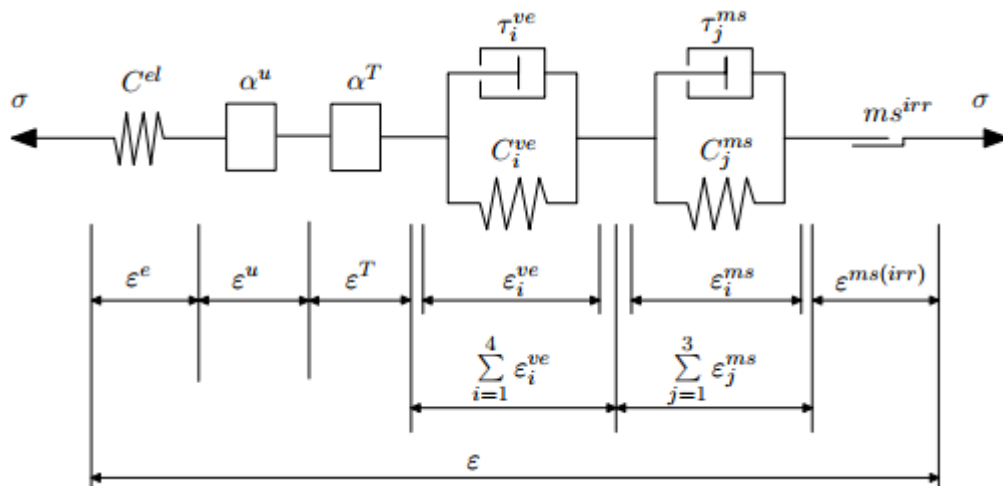


Bild 3. Werkstoffmodell nach Fortino, erweitert um den Temperaturterm α^T [6]

Fig. 3. Material model by Fortino, extended by the temperature term α^T [6]

Die Gesamtverzerrung wird mit der Gleichung (14) berechnet und ist von der Zeit t , der Temperatur T und der Holzfeuchte u abhängig.

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^u + \varepsilon^T + \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i^{ve} + \sum_{j=1}^3 \varepsilon_j^{ms} + \varepsilon^{ms,irr} \quad (14)$$

mit:

ε^e elastische Verzerrung

ε^u hygrische Verzerrung

ε^T thermische Verzerrung

ε_i^{ve} viskoelastische Verzerrung

ε_j^{ms} mechano-sorptive Verzerrung

$\varepsilon^{ms,irr}$ irreversible mechano-sorptive Verzerrung

Für die Berechnung der einzelnen Terme wird auf [6] verwiesen. Für die Entwicklung des Gebrauchstauglichkeitsmodells wurden die viskoelastischen und mechano-sorptiven Werte von Fortino [7] und nicht von Eisenhut verwendet. Die Kriechzahl für das BSP berechnet sich zu:

$$\varphi_{BSP,n-1} = \frac{\varepsilon(t)_{n-1}}{\varepsilon_0^e} - 1 \quad (15)$$

Die elastische Anfangsdehnung ε_0^e wird durch die Division der Spannung durch den E-Modul zum Zeitpunkt $t = 0$ berechnet. Bei einer Erhöhung der Last muss die Anfangsdehnung neu berechnet werden, da sich die Spannung ebenfalls erhöht. Die Gesamtdehnung berechnet sich mit Gleichung (14) und verändert sich mit der Zeit. Da die Dehnungen im Rechenmodell teilweise unrealistische Ausreißer aufweisen und diese zu Ausschlägen in der Berechnung führen, wurde die Kriechzahl nach oben und nach unten begrenzt. Die untere Grenze wurde mit -0,1 festgelegt und soll dem Holz eine Steigerung des E-Moduls ermöglichen, wenn z. B. die Umgebungsfeuchte abnimmt. Nach oben hin wurde die Kriechzahl mit 1,0 begrenzt (vgl. Brettsperrholz Bemessung von Wallner-Novak [3]).

3 Entwicklung der Rechenmodelle – Development of the calculation models

Beide Rechenmodelle für den geklebten Verbund von Holz und Beton beruhen auf dem γ -Verfahren. Dieses wurde jedoch für das Modell der Gebrauchstauglichkeit modifiziert, um weitere Einflüsse berücksichtigen zu können. In Bild 1 ist der Aufbau der geklebten Holz-Beton-Verbundkonstruktion zu sehen, welcher als Grundlage für beide Modelle dient. Ebenso ist die Dicke der einzelnen Schichten bei beiden Modellen ident. In Tabelle 1 sind die einzelnen Schichtdicken, die E-Moduln und die Eigengewichte für die Modellierung der beiden Versuchsserien (Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit) angegeben. Für den Gebrauchstauglichkeitsversuch wurde ein Beton C25/30 und ein BSP aus Fichte mit der Festigkeitsklasse C24 verwendet. Bei den Tragfähigkeitsversuchen hingegen wurde ein Beton C40/50 und ein BSP aus Kiefer der Güte C30 verwendet. Die Rechenmodelle wurden später mit den Versuchsergebnissen validiert.

Tabelle 1. Schichtdicken, E-Moduln und Eigengewichte für das Modell GZT und GZG

Table 1. Layer thicknesses, moduli of elasticity and dead weights for the model ULS and SLS

Schicht	Dicke [mm]	E-Modul [N/mm ²]		Wichte [kN/m ³]	
		GZT	GZG	GZT	GZG
Beton	70	35.220	31.476	25	25
Klebstoff	3	67,2	67,2	-	-
1. BSP Längslage	40	11.000	12.000	4,2	4,6
2. BSP Querlage	40	370	400	4,2	4,6
3. BSP Längslage	40	11.000	12.000	4,2	4,6

3.1 Modell – Tragfähigkeit (GZT) – Model – Ultimate Limit Strength

Das Modell für den Grenzzustand der Tragfähigkeit dient der Spannungsberechnung in den einzelnen Schichten. Es ermöglicht darüber hinaus eine Vorhersage der Biegesteifigkeit des Verbundbauteils, sowie eine Abschätzung der Traglast.

3.1.1 Normalspannung – Normal Stress

Die Normalspannung in den Einzelschichten wird mit der Gleichung (16) für den Normalkraftanteil und Gleichung (17) für den Biegemomentanteil berechnet. [8]

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i E_i a_i M}{E J_{eff}} \quad (16)$$

$$\sigma_{m,i} = \frac{0,5 E_i d_i M}{E J_{eff}} \quad (17)$$

Die Randspannung je Schicht ergibt sich aus der Addition der beiden Terme.



3.1.2 Schubspannung – Shear Stress

Die Schubspannung wird mit der Gleichung (18) ermittelt zu:

$$\tau_i = -\frac{V_z(x) S_y(z)}{J_{eff} b} \quad (18)$$

Darin beschreibt $V_z(x)$ die einwirkende Querkraft, J_{eff} das effektive Trägheitsmoment und $S_y(z)$ das statische Moment. Letzteres ist abhängig von der betrachteten Schicht im Querschnitt und variiert mit dem Abstand z der Einzelschicht zum ideellen Gesamtschwerpunkt.

3.2 Modell – Gebrauchstauglichkeit (GZG) – Model – Serviceability Limit Strength

In diesem Kapitel wird die Erstellung des Modells GZG und die Auswirkungen der Temperatur, der Feuchtigkeit und der Zeit auf die Durchbiegung des Verbundbauteils erläutert. Die Spannweite des für die Validierung des Modells verwendeten Bauteils betrug 4,80 m und die zusätzliche Auflast neben dem Eigengewicht betrug 2,21 kN/m². Eine veränderliche Last war nicht vorhanden, jedoch wurde eine zusätzliche Auflast im weiteren Verlauf der Langzeituntersuchung aufgebracht, was die Gesamtbelastung auf 4,42 kN/m² steigerte.

Die Gesamtverformung des Verbundquerschnitts berechnet sich mit Gleichung (19). Ein positiver Wert bedeutet eine Durchbiegung nach unten und ein negativer Wert eine Durchbiegung nach oben. Diese setzt sich aus der Verformung zufolge Eigengewicht w_G , zusätzlicher Auflast w_Q , Schwinden des Betons w_S , Quellen bzw. Schwinden der BSP-Platte w_{QS} und zufolge der Temperaturunterschiede zwischen den zwei Baustoffen Holz und Beton w_T zusammen.

$$w(t) = w_G + w_Q + w_S + w_{QS} + w_T \cdot 0,05 \quad (19)$$

Dabei sind die Verformungsanteile nicht konstant, da sich der E-Modul der Komponenten Beton und BSP mit fortlaufender Zeit weiter verändert. Die Kriechzahl für das BSP wird über das rheologische Modell (siehe Kapitel 1.3) ermittelt. Ebenso verändert sich die relative Luftfeuchtigkeit im Versuchsraum sowie die Temperatur. Die Temperaturverformung wird mit dem Faktor 0,05 multipliziert, da sich bei der Parameterstudie gezeigt hat, dass der gewählte Ansatz den Verlauf der Vertikalverformung zwar gut wiedergibt, jedoch in einer anderen Größenordnung. [9]

Die Verformung infolge Eigengewicht und zusätzlicher Auflast wird mit derselben Gleichung (20) ermittelt.

$$w_{G,Q} = \frac{5 q_{G,Q} l^4}{384 E J_{eff}} \quad (20)$$

3.2.1 Schwinden und Kriechen des Betons – Shrinkage and Creep of the Concrete

Die Verformung w_S infolge Schwinden des Betons wird über die Ersatzkraft F_0 simuliert und berechnet sich nach Gleichung (22). Die Ersatzkraft folgt aus der Multiplikation der Schwinddehnung ϵ_{cs} mit der Dehnsteifigkeit EA des Betons. Wird die Ersatzkraft mit dem Abstand a_1 (siehe Gleichung (21)) multipliziert, folgt daraus das Schwindmoment M_S . Der Abstand a beschreibt die Distanz zwischen dem geometrischen Schwerpunkt der Betonplatte und der BSP-Platte.



$$\alpha_1 = a \frac{EA_{BSP}}{EA_1 + EA_{BSP}} \quad (21)$$

$$w_s = \frac{M_s \cdot l^2}{8 \cdot EJ_{eff}} \quad (22)$$

Die Kriechzahl des Betons wurde mittels ÖNORM EN 1992-1-1 ermittelt und beeinflusst lediglich den E-Modul des Betons. Die Kriechzahl wird von der Temperatur, der Zeit und der relativen Luftfeuchtigkeit der Umgebung beeinflusst.

3.2.2 Quellen und Schwinden des BSP – Swelling and Shrinkage of CLT

Die Holzfeuchte wird mit der Gleichung (7) in jeder einzelnen Schicht berechnet. Diese Berechnung wurde mit dem Programm Wolfram Mathematica 11.1 durchgeführt. Die BSP-Platte wird hierbei insgesamt in 12 Teilflächen unterteilt, wodurch jede Teilfläche einen Zentimeter dick ist. Die Schicht 0 entspricht der Unterkante der BSP-Platte und die Schicht 12 der Oberkante. Für die Berechnung wurde jedoch die Feuchtigkeit für jede Lage der BSP-Platte gemittelt, da für diese Lagen ein sich verändernder E-Modul berechnet wird. Die Mittelung erfolgt durch das Auslesen der Feuchtigkeit an den Grenzen zwischen den BSP-Lagen. Die Feuchtigkeit in der Schicht 1 entspricht der Ausgleichsfeuchte und ist abhängig von den Umgebungsbedingungen. Bei den Schichten 4, 8 und 12 werden die Werte aus dem Mathematica-File ausgelesen. Dazu wird eine Funktion nach der Zeit aufgestellt, in Abhängigkeit der Eingangsgröße - der Differenz der Ausgleichsfeuchte Δu_{RH} (siehe **Bild 4**). Es wurde der Durchlässigkeitsfaktor nach Hanhijärvi bei einer konstanten Holzfeuchte von $u = 13 \%$ verwendet, welcher in Bild 4 aufgrund besserer Lesbarkeit stark überhöht dargestellt wurde. Dieser Faktor wurde zwar an einem Fichtenholz kalibriert, ist jedoch auch für das in den Versuchen verwendete Kiefernholz geeignet. Da die Dichte der Kiefer geringfügig höher ist als jene der Fichte, dürfte der Faktor etwas niedriger sein. Es wurde jedoch für das Rechenmodell genau der Wert von Hanhijärvi verwendet, da in der Literatur für Kiefer keine entsprechenden Anhaltspunkte gefunden wurden. Der damit verbundene Fehler ist jedoch gering, da die in der Literatur zu findenden Faktoren für Fichte bereits sehr stark streuen und außerdem einen sehr kleinen Wert aufweisen.



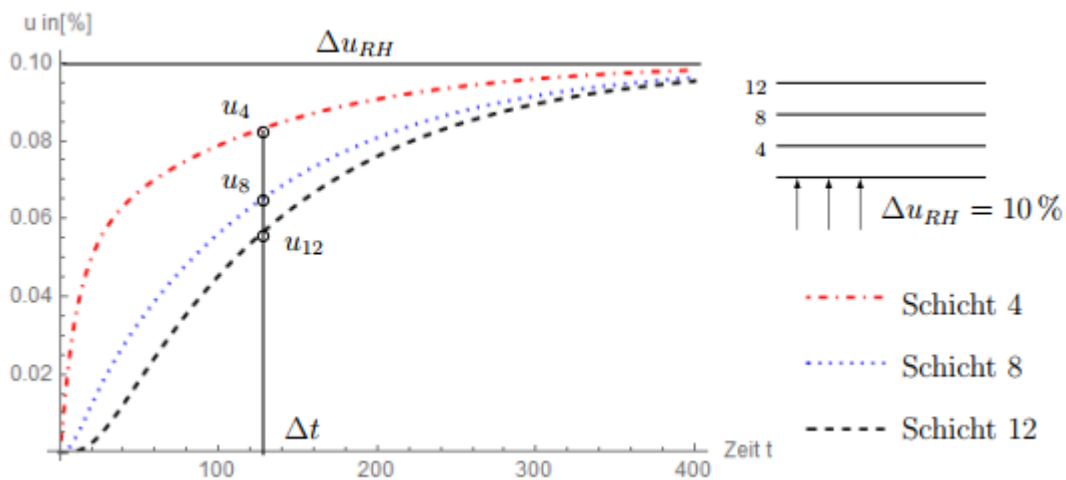


Bild 4 Feuchtigkeitsverlauf in den Schichten 4, 8 und 12 in Abhängigkeit der Zeit mit dem erhöhten Durchlässigkeitsfaktor von Hanhijärvi (Differenz der Ausgleichsfeuchte beträgt 10 %) [9]

Fig. 4. Moisture curve in layer 4, 8 and 12 versus time with the increased permeability factor by Hanhijärvi (difference of the balance moisture is 10%) [9]

Die Ausgleichsfeuchte wird für die Berechnung als Differenz eingesetzt. Die Holzfeuchte der 12ten Schicht zur Messung n-1 wird von der Ausgleichsfeuchte zur Messung n subtrahiert. Da für die Berechnung der Funktion nur die Differenz verwendet wird, wird der Startvektor mit der konstanten Feuchte zu Null gesetzt. Der schematische Ablauf ist für die Berechnung der Holzfeuchtigkeit in der **Tabelle 2** beispielhaft dargestellt.

Tabelle 2. Schematischer Ablauf der Feuchteberechnung. (1. Index = Schicht, 2. Index = Messung)

Table 2. Schematic sequence of the moisture calculation. (1st index = layer, 2nd index = measurement)

Messung	u_{RH}	Δu_{RH}	Δt	u_1	u_4	u_8	u_{12}	Berechnung
0	13 %	0 %	0 h	13,0	13,0	13,0	13,0	$u = \text{konst.}$
1	15 %	2 %	1 h	13,8	13,3	13,0	13,0	$\Delta u_{RH} = u_{RH,1} - u_{12,0}$
2	16 %	3 %	8 h	14,5	14,0	13,1	13,0	$u_{4,2} = u_{4,1} - u_{4,Fkt}$
...	
n	$u_{RH,n}$	Δu_n	Δt_n	$u_{1,n}$	$u_{4,n}$	$u_{8,n}$	$u_{12,n}$	

Dabei ist zu erkennen, dass die Differenz der Ausgleichsfeuchtigkeit Δu_{RH} bei der zweiten Messung einen Wert von 3 % ergibt. Dies folgt aus der Rechnung von $u_{RH} = 16 \%$ minus der Feuchtigkeit in der zwölften Schicht bei der ersten Messung ($u_{12,1} = 13 \%$). In den Schichten 4, 8 und 12 wird die Feuchtigkeit zum Zeitpunkt Δt in der zur Δu_{RH} passenden Funktion ausgelesen (siehe Tabelle 2) und mit dem Wert u_i der vorherigen Messung addiert. Somit berechnet sich der Wert $u_{4,2}$ der zweiten Messung aus der Summe von $u_{4,1}$ zur ersten Messung und dem Wert u_4 bei der Zeit Δt der Funktion für die vierte



Schicht bei dem Δu_{RH} der zweiten Messung. Die Funktionen sind im Excel mit den Werten der Datenpunkte aus Mathematica in den jeweiligen Schichten hinterlegt. Die Daten wurden jeweils für einen Zeithorizont von 720 Stunden (entspricht einem Monat) in Excel eingelesen.

Für die Quell- und Schwinddehnung der BSP-Platte wird die Feuchtigkeitsänderung in der jeweiligen Längslage gemittelt und mit dieser die daraus resultierende Verzerrung ε_{QS} berechnet zu:

$$\varepsilon_{QS} = \Delta u \cdot s \quad (23)$$

Das Schwindmaß s von Nadelholz in longitudinaler Richtung beträgt 0,5 % je % Änderung der Holzfeuchte Δu . Die Verzerrung ε_{QS} multipliziert mit der Dehnsteifigkeit der jeweiligen Lage EA_i ergibt die Kraft $F_{QS,i}$ welche infolge Quellen bzw. Schwinden des Holzes in der Lage der BSP-Platte entsteht. Das auf den Verbundquerschnitt wirkende Moment M_{QS} berechnet sich aus der Summe der Kräfte $F_{s,i}$ multipliziert mit ihren Abständen a_i zum Schwerpunkt des Betons zu:

$$M_{QS} = \sum_{i=1}^2 F_{QS,i} \cdot a_i \quad (24)$$

Darin beschreibt a_i den geometrischen Abstand zwischen dem Schwerpunkt der Lage i der BSP-Platte und dem Schwerpunkt der Betonplatte. Die Durchbiegung infolge der Quell- bzw. Schwinddehnung der BSP-Platte berechnet sich genau gleich wie zuvor die Durchbiegung infolge Schwinden des Betons (siehe Gleichung (22)), nur wird das Moment M_s durch M_{QS} ausgetauscht.

3.2.3 Temperaturänderung – Temperature Change

Eine Änderung der Temperatur führt zu einer Dehnung oder Stauchung des Betons und des Holzes. Da diese Materialien unterschiedliche lineare Wärmeausdehnungskoeffizienten α_T ($\alpha_T^{Beton} = 12 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$; $\alpha_T^{Holz} = 3,75 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$) besitzen, kommt es zu einer Dehnungsdifferenz der beiden Baustoffe und in weiterer Folge zur Durchbiegung des Verbundquerschnitts. Erhöht sich die Temperatur, dehnt sich der Beton stärker als die darunter liegende BSP-Platte aus. Dadurch wird der Verbundquerschnitt nach oben gebogen und es kommt in weiterer Folge zu einer Verringerung der Durchbiegung. Analog dazu kann eine Betonplatte betrachtet werden, welche an der Oberseite erwärmt wird, was zum gleichen Effekt führt. Nimmt nun umgekehrt die Temperatur ab, so verkürzt sich die Betonplatte stärker als die BSP-Platte, was wiederum zu einer Erhöhung der Durchbiegung des Verbundbauteils führt. Die separaten Dehnungen der einzelnen Baustoffe berechnen sich zu:

$$\varepsilon_{T,i} = \alpha_{T,i} \cdot \Delta T \quad (25)$$

Findet eine Erwärmung statt, so ist die Temperaturänderung ΔT positiv. Die Differenz der Temperaturdehnungen zwischen Beton und BSP-Platte wird mit der Dehnsteifigkeit des Betons EA_1 zur Kraft F_T multipliziert:

$$F_T = (-\varepsilon_{T,1} + \varepsilon_{T,2}) \cdot EA_1 \quad (26)$$



Da eine Erhöhung der Temperatur zu einer größeren Dehnung des Betons als jene des BSP führt und die Temperaturerhöhung in einer Biegung nach oben resultiert (negative Durchbiegung), muss die Dehnung des Betons negativ angesetzt werden. Die Dehnung des BSP wird von der Betondehnung abgezogen. Mit der Multiplikation des Abstands a_1 (siehe Gleichung (21)) mit der Kraft F_T wird das Moment infolge Temperaturänderung M_T berechnet. Mit dem Moment M_T wird schließlich wie in Gleichung (22) die Durchbiegung berechnet.

4 Validierung der Rechenmodelle – Validation of the Calculation Models

Nachfolgend werden die Versuchsergebnisse der direkt verklebten Probekörper mit den Rechenergebnissen der beiden Modelle verglichen. Dabei wird auf die Abweichungen genauer eingegangen und Ansätze überdacht bzw. dort wo notwendig analytisch angepasst.

4.1 Modell – Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) – Model – Ultimate Limit Strength

Das Modell GZT dient der Abschätzung der Tragfähigkeit von geklebten Holz-Beton-Verbundelementen. Damit der 4-Punkt-Biegeversuch genau abgebildet werden kann, wird in dem Rechenprogramm die Belastung schrittweise erhöht und immer die Verformung in Plattenmitte berechnet. Die Last wird sukzessive erhöht und die Spannungen solange in den Schichten ausgewertet, bis eine der maximal zulässigen Spannungen der drei Werkstoffe überschritten wird. Diese zulässigen Spannungswerte entsprechen den charakteristischen Mittelwerten der Baustoffe.

Die Nachrechnung der experimentellen Versuche, dargestellt in **Bild 5**, zeigt deutlich, dass das Holz-Beton-Verbundelement zu steif abgebildet wird. Da die Eingangsparameter jedoch nicht genau bekannt sind, wurden diese in weiterer Folge jeweils um 20 % erhöht bzw. verringert, während die jeweils anderen Parameter auf dem Ausgangswert bleiben. Eine Reduktion des E-Moduls der BSP-Platte um 20 % gibt den Verlauf aus den Versuchen bereits sehr genau wieder. Eine Veränderung des Schubmoduls beim Klebstoff oder bei der BSP-Platte hat nur einen geringen Einfluss auf die Gesamtsteifigkeit der Konstruktion.



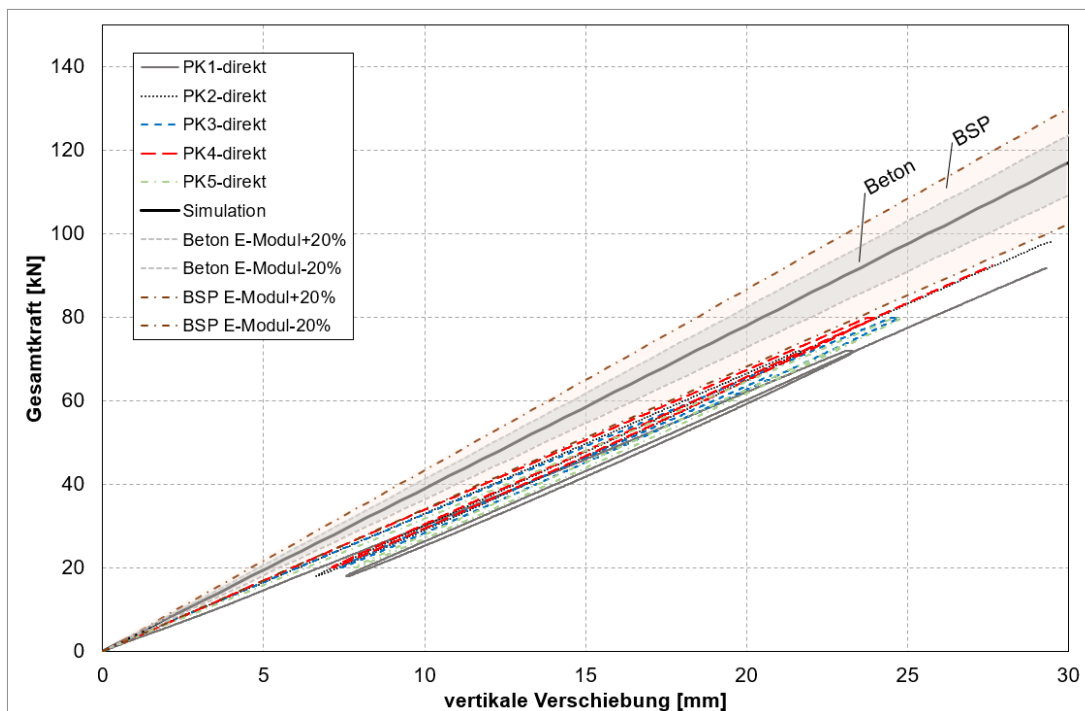


Bild 5. Vergleich zwischen den Ergebnissen des Rechenmodells und den Tragfähigkeitsversuchen der direkt verklebten Holz-Beton-Verbund Probekörper

Fig. 5. Comparison of results from the calculation model and the load-bearing test of directly bonded specimens

Der Vergleich zwischen dem Rechenmodell und den Versuchsergebnissen der direkt verklebten Probekörper in Bild 5 zeigt deutlich, dass das γ -Verfahren die Probekörper zu steif abbildet. Die Differenz der Verformungen zwischen dem Mittelwert aus den Versuchen (= 100 %) und der Simulation bei 10 % und 40 % der maximalen Belastung liegt durchschnittlich bei 14 %.

Damit liegt das Berechnungsmodell mit dem Gamma-Verfahren auf der unsicheren Seite, da die Traglasten überschätzt werden. Dies liegt daran, dass die genauen Eingangsparameter des Rechenmodells, wie beispielsweise der Rollschubmodul des BSP oder der E-Modul des Betons nicht genau bekannt sind. Bei der Variation der Parameter wird allerdings ersichtlich, dass der Verlauf ziemlich genau wiedergegeben werden kann. Außerdem ist das γ -Verfahren für zwei Einzellasten nicht optimal geeignet, da die Herleitung auf Annahme einer sinusförmigen Belastung beruht.

4.2 Modell – Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) – Model – Serviceability Limit Strength

Der Vergleich der Rechenergebnisse aus dem Rechenmodell GZG mit den Messergebnissen der Probekörper, welche vollflächig verklebt wurden, ist in der linken Abbildung in **Bild 6** dargestellt.



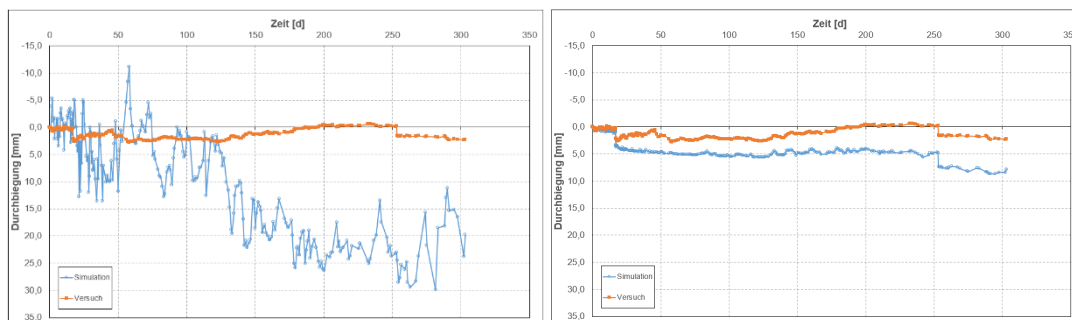


Bild 6. Erster Vergleich von Versuchs- und Simulationsergebnissen für die Durchbiegung von geklebten HBV-Elementen (links: ohne angepasste Werte; rechts: ohne mechano-sorptive Anteile)

Fig. 6. First comparison of results gained by the calculation model SLS and by the experiment (left: without adapted values; right: without machano-sorptive parts)

Es zeigt sich, dass es zunächst eine starke Abweichung zwischen dem Modell und dem Versuch gibt und das Rechenmodell die Verformungen des Versuches nicht zufriedenstellend wiedergibt. Der Grund hierfür liegt in der Erfassung der mechano-sorptiven Dehnung. Diese berechnet sich mit dem zunächst gewählten Modellansatz zu hoch und verfälscht dadurch das Ergebnis. Wird die mechano-sorptive Dehnung zu Null gesetzt und die irreversible Dehnung vernachlässigt, weist die Simulation einen ähnlicheren, wenn auch nach unten verschobenen Verformungsverlauf auf (siehe rechte Abbildung in Bild 6).

Da der Verformungsverlauf noch immer eine starke Abweichung aufweist, wurde der Kriechfaktor des BSP zu Null gesetzt, da der gewählte Ansatz für eine Kriechzahlberechnung des BSP nicht geeignet ist. Dies begründet sich darin, dass die Kriechzahl bereits nach wenigen Tagen zum ersten Mal den Wert 1,0 aufweist und sehr stark schwankt. Durch diese Vorgehensweise wird eine weitere Verbesserung des Durchbiegungsergebnisses erzielt, jedoch wird die Reduktion der Verformung in den Wintermonaten immer noch nicht sehr gut erfasst. Eine gewisse Ähnlichkeit der Verformungslinien zwischen Versuch und Simulation liegt aber bereits vor. Um eine noch bessere Annäherung zu erzielen, wird die Schwindverformung des Betons mit dem Faktor 0,5 multipliziert. Dies lässt sich dadurch begründen, dass bei der Betonherstellung in den Fertigteilwerken Zusatzmittel hinzugefügt werden, welche den Schwindprozess um bis zu 50 % reduzieren. Die durchschnittliche Abweichung zwischen der prognostizierten und der realen Verformung des Verbundelements liegt nun bei 126 % und der Median bei 51 % bezogen auf den Versuch. Diese Werte machen deutlich, dass die Langzeiteinflüsse mit den gewählten Ansätzen nicht für die exakte Nachbildung eines Langzeitversuchs geeignet sind.

Eine bessere Näherung der Durchbiegung wird jedoch erreicht, wenn das Langzeitverhalten des Betons zur Gänze außer Acht gelassen wird, d. h. es wird sowohl das Schwinden als auch das Kriechen des Betons vernachlässigt. Dies kann mit dem kurzen Betrachtungszeitraum begründet werden, da in diesem Zeitraum eventuelle Kriechverformungen noch nicht in der Größe auftreten, wie es die Berechnung lt. Norm vermuten lässt. Die gänzliche Streichung der Verformung infolge Betonschwindens kann wiederum darauf zurückgeführt werden, dass die Fertigbetonplatte eine gewisse Zeit lang gela-



gert wurde, bis diese mit der BSP-Platte verbunden wurde. In diesem Zeitraum wurde der Schwindprozess der Betonfertigteilplatte bereits beinahe abgeschlossen, wodurch es am Verbundquerschnitt zu keiner merklichen Schwindverformung des Betons mehr kam.

Der Verlauf der Durchbiegung zu Beginn, sowie wesentliche Erhöhungen und Verringerungen werden nun sehr gut durch das Rechenmodell GZG wiedergegeben. Jedoch wird die Verformungsabnahme im Zeitraum von 130 bis 250 Tage nicht in der Größe erfasst, wie diese in der Realität auftrat. Die Verformungszunahme bei der Erstbelastung und bei der Erhöhung der Auflast wird nun größtmäßig beinahe exakt wiedergegeben. Eine weitere Verbesserung des Ergebnisses ist möglich, wenn der Schubmodul des Klebstoffs erhöht wird. In den Schubversuchen lag der mittlere Schubmodul bei 24 N/mm^2 . Bei vergleichenden Druckversuchen wurde ein E-Modul von 475 N/mm^2 ermittelt, was bei einer Querdehnzahl von 0,4 einem Schubmodul von 170 N/mm^2 entspricht. Der Schubmodul wurde daher von 24 auf schließlich 97 N/mm^2 erhöht. Dies entspricht dem Mittelwert von 24 und 170 N/mm^2 . Bei dieser endgültigen Variante (siehe **Bild 7**) hat sich die durchschnittliche Abweichung um 82 % reduziert. Die Abweichung zwischen der Prognose durch das Rechenmodell und dem realen Versuch liegt nun bei 44 % und der Median bei 8 %.

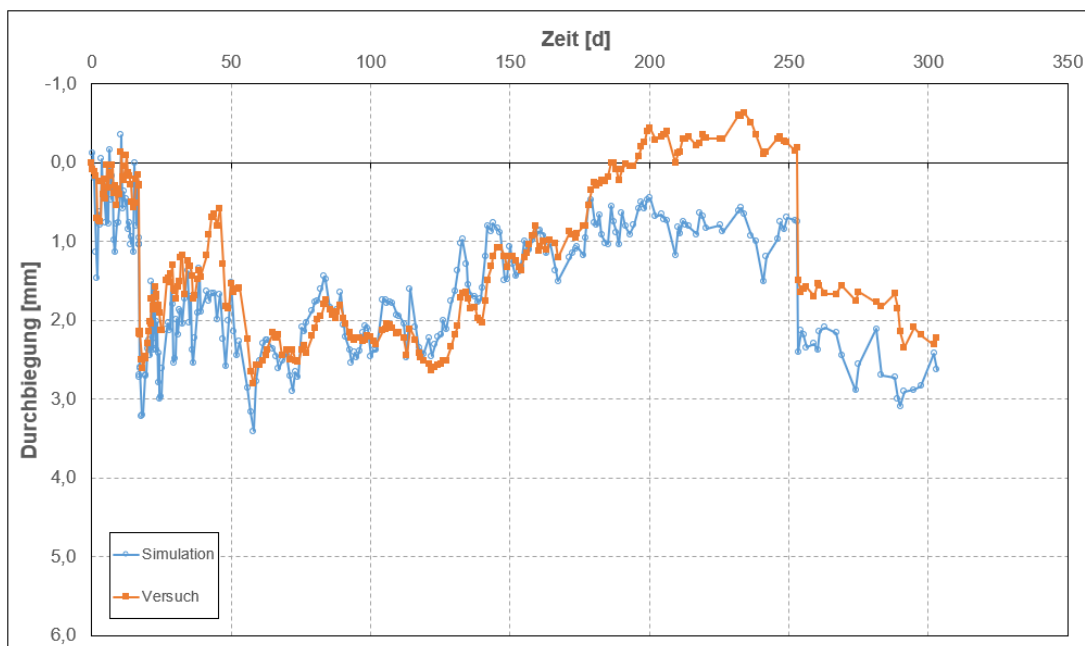


Bild 7. Vergleich von Versuchsdaten und Werten aus dem Rechenmodell GZG unter Vernachlässigung des Kriechens der BSP-Platte und des zeitabhängigen Verhaltens des Betons (Kriechen und Schwinden). Der Schubmodul des Klebstoffs wurde auf 97 N/mm^2 erhöht.

Fig. 7. Comparison of experimental data and simulation results from the SLS-Model disregarding creep of the CLT element and the time-dependent behaviour of the concrete (creep and shrinkage). The shear modulus of the adhesive was increased to 97 N/mm^2 .

Zusammenfassend lässt sich für das Modell GZG für das geklebte Verbundelement sagen, dass die Anfangsverformung sehr gut wiedergegeben wird, jedoch die starke Verringerung der Durchbiegung



mit dem Modell noch nicht adäquat erfasst wird. Dies begründet sich darin, dass sich der angenommene Durchlässigkeitsbeiwert von Hanhijärvi deutlich von dem in der Realität auftretendem Wert unterscheidet. Am Ende des Versuchs betrug der Unterschied zwischen der Messung und der Simulation 0,4 mm, was einer Abweichung von 18 % (Versuch = 100 %) entspricht.

5 Zusammenfassung - Conclusion

In dieser Arbeit wurden zwei Rechenmodelle für den geklebten Holz-Beton-Verbund präsentiert. Die Modellvalidierung zeigt, dass das γ -Verfahren mit den in dieser Arbeit gewählten zusätzlichen Ansätzen nur bedingt für eine exakte Vorhersage des Langzeitverhaltens geeignet ist. Es sei jedoch angemerkt, dass die Ergebnisse des Rechenmodells sehr stark von den Eingangsparametern abhängen und diese aus den realen Versuchen nicht alle genau bekannt waren bzw. bestimmt werden konnten. Die Simulation der Tragfähigkeit mit dem γ -Verfahren zeigt durchaus Potential auf, jedoch ist dieses ebenso sehr wesentlich von den Modelleingangsparametern abhängig. Allgemein kann die Variante der geklebten Holz-Beton-Verbundkonstruktion als sehr tragfähig und leistungsfähig eingestuft werden. Für das Langzeitverhalten sind längere Versuchszeiträume notwendig, um eine gesicherte Aussage über das Kriechverhalten und in weiterer Folge über den Kriechfaktor der Konstruktion treffen zu können. Für ein adäquates Rechenmodell ist die möglichst genaue Ermittlung der Eingangsparameter von größter Bedeutung. Nichtsdestotrotz eignen sich die hier präsentierten Rechenmodelle für eine Vordimensionierung von geklebten Holz-Beton-Verbunddecken, sowie für die Abschätzung der Traglast und der Durchbiegung.



Autorenangaben

Autorenangaben Autor 1:

DI Georg Erlinger
FH Oberösterreich
Stelzhammerstraße 23, 4600 Wels
(georg.erlinger@gmx.at /+4369910325081)



Autorenangaben Autor 2:

DI Dr. techn. Christoph Hackspiel
Holzforschung Austria
Franz Grill-Straße 7, 1030 Wien
(c.hackspiel@bautechnikum.at/+43676 9249755)



Autorenangaben Autor 3:

FH-Prof. DI Dr. Karin Nachbagauer
FH Oberösterreich
Stelzhammerstraße 23, 4600 Wels
(karin.nachbagauer@fh-wels.at/+43 5 0804 44430)



6 Literatur

- [1] *Möhler, K.*: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln. TH Karlsruhe, Habilitation, 1956.
- [2] *Rug, W.; Lißner, K.*: Holz-Beton-Verbundbauweise in der Praxis. *In*: Beton- und Stahlbetonbau 99 (2004), Heft 7, S. 578-586.
- [3] *Wallner-Novak, M.; Koppelhuber, J.; Pock, K.*: Brettsper Holz Bemessung – Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode, pro:Holz Information, 2013.
- [4] *Hanhijärvi, A.*: Modelling of creep deformation mechanisms in wood. Espoo, Helsinki University of Technology. Technical Research Centre of Finland. Dissertation, 1995.
- [5] *Fortuin, G.*: Anwendung mathematischer Modelle zur Beschreibung der technischen Konvektions-trocknung von Schnittholz. Hamburg, Universität Hamburg, Dissertation, 2003.
- [6] *Eisenhut, L.*: Geklebter Verbund aus Holz und hochfestem Beton - Untersuchungen zum Langzeitverhalten, Schriftenreihe Bauwerkserhaltung und HolzbauHeft 7, Kassel University Press, Kassel, Hess, 2016.
- [7] *Fortino, S.; Mirianon, F.; Toratti, T.*: A 3D moisture-stress FEM analysis for time dependent problems in timber structures. *In*: Mechanics of Time-Dependent Materials 13 (2009), Heft 4, S. 333-356.
- [8] ÖNORM EN 1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Ausgabe Februar 2015.
- [9] Georg Erlinger: Rechenmodelle für geklebte Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. Wels, University of Applied Sciences Upper Austria, Masterarbeit, 2019.
- [10] *Hartl, H.*: Materialeigenschaften des Betons nach EC2. Institution für Betonbau, TU Graz, 1998, <http://www.hartl.bnet.at/downloads/Materialkennwerte.pdf> [Zugriff am: 10.07.2019].

